

الاسم :  
المدة : ساعة ونصف  
الدرجة : 100

امتحان مقرر التحليل العددي  
لطلاب السنة الثانية - رياضيات  
الفصل الأول 2017-2018

جامعة البعث  
كلية العلوم

السؤال الأول: (25 درجة)

- 1- اكتب العدد  $(45.78125)_{10}$  بالنظامين الثاني و الست عشري.
- 2- اكتب عبارة الخطأ المطلق والخطأ النسبي المرتكبين أثناء حساب قيم الدوال .

السؤال الثاني: (40 درجة)

- 1- لتكن لدينا الدالة  $y = f(x)$  المعطاة بالجدول التالي:

$x_i$	-1	0	1	2	3
$y_i$	2	-1	-2	11	74

و المطلوب :

أ- أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة الفروق المقسومة، و قيمة هذه الدالة عند النقطة  $x = -2$  وقيمة الخطأ المرتكب.

ب- احسب بطريقة سيمبسون القيمة التقريبية للتكامل  $\int_{-1}^3 f(x) dx$

- ج- احسب بطريقة الأمثال غير المحدودة (ثلاثة حدود) المشتق الأول للدالة عند النقطة  $x=0$ .
- 3- استخدم طريقة رونج . كوتا لإيجاد الحل التقريبي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' = x - y$$

$$y(0) = 2$$

عند النقطة  $x = 0.2$  ، معترأ أن  $h = 0.2$ .

السؤال الثالث: (35 درجة)

- 1- أوجد بطريقة نيوتن-رافسون الحل التقريبي الأول و الحل التقريبي الثاني للمعادلة

$$x^3 + 2x - 1 = 0, \text{ علماً أن الجذر موجود في المجال } [0, 1], \text{ بفرض أن } x_0 = 0,$$

- 2- لتكن لدينا مجموعة المعادلات الخطية التالية:

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + 7x_2 - x_3 = -7$$

$$x_1 - x_2 + 8x_3 = 10$$

و المطلوب :

أ- دراسة تقارب الحل بطريقة التقريبات المتتالية.

ب- حساب الخطأ المرتكب بعد 10 تقريبات متتالية للحل.

\*\*\*\*\* انتهت الأسئلة \*\*\*\*\*



جامعة البعث  
كلية العلوم  
امتحان مقرر التحليل العددي  
لطلاب السنة الثانية- رياضيات  
الاسم :  
المدة : ساعة ونصف  
الفصل الأول 2017-2018  
الدرجة : 100

السؤال الأول: (25 درجة)

- 1- اكتب العدد  $(45.78125)_{10}$  بالنظامين الثنائي و الست عشري.
- 2- اكتب عبارة الخطأ المطلق والخطأ النسبي المرتكبين أثناء حساب قيم الدوال .

السؤال الثاني: (40 درجة)

- 1- لتكن لدينا الدالة  $y = f(x)$  المعطاة بالجدول التالي:

$x_i$	-1	0	1	2	3
$y_i$	2	-1	-2	11	74

و المطلوب :

آ- أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة الفروق المقسومة، و قيمة هذه الدالة عند النقطة  $x = -2$  وقيمة الخطأ المرتكب.

ب- احسب بطريقة سيمبسون القيمة التقريبية للتكامل  $\int_{-1}^3 f(x) dx$

- ج- احسب بطريقة الأمثال غير المحدودة (ثلاثة جداول) المشتق الأول للدالة عند النقطة  $x=0$ .
- 3- استخدم طريقة رونج . كوتا لإيجاد الحل التقريبي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' = x - y$$

$$y(0) = 2$$

عند النقطة  $x = 0.2$  ، معتبراً أن  $h = 0.2$ .

السؤال الثالث: (35 درجة)

- 1- أوجد بطريقة نيوتن-رافسون الحل التقريبي الأول و الحل التقريبي الثاني للمعادلة  $x^3 + 2x - 1 = 0$  ، علماً أن الجذر موجود في المجال  $[0, 1]$  ، بفرض أن  $x_0 = 0$  ،
- 2- لتكن لدينا مجموعة المعادلات الخطية التالية:

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + 7x_2 - x_3 = -7$$

$$x_1 - x_2 + 8x_3 = 10$$

و المطلوب :

- أ- دراسة تقارب الحل بطريقة التقريبات المتتالية.
- ب- حساب الخطأ المرتكب بعد 10 تقريبات متتالية للحل .

\*\*\*\*\* انتهت الأسئلة \*\*\*\*\*

2017/1/18

مدرس المادة : د . حامد عباس



سليم تصحيح مقرر التحليل العددي  
لطلاب السنة الثانية - رياضيات الفصل الأول 2017-2018

السؤال الأول : (25 درجة)

- (8)  $45/2 = 22 \Rightarrow b_0 = 1$  ;  $0.78125 \times 2 = 1.5625 \Rightarrow b_{-1} = 1$   
 $22/2 = 11 \Rightarrow b_1 = 0$  ;  $0.5625 \times 2 = 1.125 \Rightarrow b_{-2} = 1$   
 $11/2 = 5 \Rightarrow b_2 = 1$  ;  $0.125 \times 2 = 0.25 \Rightarrow b_{-3} = 0$   
 $5/2 = 2 \Rightarrow b_3 = 1$  ;  $0.25 \times 2 = 0.5 \Rightarrow b_{-4} = 0$   
 $2/2 = 1 \Rightarrow b_4 = 0$  ;  $0.5 \times 2 = 1 \Rightarrow b_{-4} = 1$   
 $1 \Rightarrow b_5 = 1$
- (2)  $(45.78125)_{10} = (101101.11001)_2$
- (8)  $45/16 = 2.8125 \Rightarrow b_0 = d$  ;  $0.78125 \times 16 = 12.5 \Rightarrow b_{-1} = c$   
 $2 \Rightarrow b_1 = 2$  ;  $0.5 \times 16 = 8 \Rightarrow b_{-2} = 8$
- (2)  $(45.78125)_{10} = (2d \ c 8)_{16}$

$$(\Delta_f)_{\max} \leq \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta_{x_i} \quad --2$$

(5)  $(\delta_f)_{\max} = \left( \frac{\Delta_f}{f} \right)_{\max}$

السؤال الثاني: (40 درجة)

لنكتب جدول الفروق المقسومة للدالة المفروضة:

(4)

$x_i$	$y_i$	$Dy_i$	$D^2y_i$	$D^3y_i$	$D^4y_i$	$D^5y_i$
-1	2	-3				
0	-1	-1	1			
1	-2	13	7	2		
2	11	63	25	6	1	
3	74	173	55	10	1	0
4	247					

تعطى كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة الفروق المقسومة بالعلاقة



$$(4) \quad p_n(x) = y_0 + Dy_0(x-x_0) + D^2y_0(x-x_0)(x-x_1) + \dots \\ \dots + D^n y_0(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})$$

بالتعويض نجد كثيرة حدود الاستيفاء المطلوبة:

$$(4) \quad p_3(x) = 2 - 3(x+1) + (x+1)(x) + (2)(x+1)(x)(x-1) + \\ + (x+1)(x)(x-1)(x-2) = x^4 - 2x - 1$$

$$(1) \quad f(-2) \cong P_4(3) = 19$$

(3)

$$R(x) = \frac{\omega(x)f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} = \omega(x)D^{n+1}y_0 \Rightarrow R(x) = \omega(x)D^5y_0 = 0$$

$$\omega(x) = (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

حسب دستور سيمبسون لحساب التكاملات :

$$(3) \quad \int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{n-2}) + f_n]$$

$$(2) \quad \int_{-1}^3 f(x)dx \cong \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3) + 2f_2 + f_4]$$

$$= \frac{1}{3}[2 + 4(10) + 2(-2) + 74] = 112/3$$

-ج

$$(3) \quad f'(x_0) \cong \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h}$$

$$(2) \quad f'(-1) \cong \frac{-3(2) + 4(-1) + 2}{2} = -4$$

3- نطبق دستور رونج . كوتا فنجد إن :

$$(4) \quad y_1 = y(0.1) = y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

حيث إن :

$$k_1 = hf(x_0, y_0) = 0.2(x_0 - y_0) = 0.2(0 - 2) = -0.4$$

$$k_2 = hf(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2) = 0.2(0.1 - 1.8) = -0.34$$

$$(8) \quad k_3 = hf(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2) = 0.2(0.1 - 1.8) = -0.346$$

$$k_4 = hf(x_0 + h, y_0 + k_3) = 0.2(0.2 - y_0 + k_3) = -0.2908$$

بالتبديل نحصل على الحل التقريبي الأول للمعادلة التفاضلية المطلوبة عند النقطة  $x = 0.2$  ،

أي أن:



$$(2) \quad y_1 = y(0.2) = 2 + \frac{1}{6}[-0.4 + 2(-0.34) + 2(-0.346) + (-0.2908)] = 1.6562$$

السؤال الثالث (35 درجة)  $f(x) = x^3 + 2x - 1$  ,  $f'(x) = 3x^2 + 2$

$$(5) \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad 1- \text{بتطبيق دستور نيوتن:}$$

$$(5) \quad x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0.5$$

$$(5) \quad x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = \frac{5}{11} = 0.454545645$$

2- نكتب مجموعة المعادلات الخطية المفروضة بالشكل  $X = \beta + \alpha X$  فنجد :

$$(3) \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{8}[8 - x_2 - x_3] \\ x_2 &= \frac{1}{7}[-7 - x_1 + x_3] \\ x_3 &= \frac{1}{8}[10 - x_1 + x_2] \end{aligned}$$

حيث أن :

$$(3) \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 & -1/8 & -1/8 \\ -1/7 & 0 & 1/7 \\ -1/8 & 1/8 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 10/8 \end{pmatrix}$$

حتى يكون الحل مقارباً يجب أن يتحقق أحد شروط التقارب ، أي أن :

$$(3) \quad \|\alpha\|_{\infty} = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| = \max(1/4, 2/7, 1/4) = 2/7 < 1$$

$$(3) \quad \|\beta\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i| = \max(1, 1, 10/8) = 10/8$$

وبالتالي فإن الحل مقارب من الحل الحقيقي باستخدام طرائق التقريبات المتتالية.

لنفرض الآن أن الخطأ المرتكب هو  $R$  ، ولنحسب هذا الخطأ بعد 10 تقريبات متتالية وذلك بحسب العلاقة:

$$(4) \quad \|X - X^{(k)}\|_{\infty} \leq \frac{\|\alpha\|_{\infty}^{k+1}}{1 - \|\alpha\|_{\infty}} \|\beta\|_{\infty}$$

$$(4) \quad R = \|X - X^{(k)}\|_{\infty} \leq \frac{(2/7)^{11}(10/8)}{1 - 2/7} = 0.0000016571869$$

\*\*\*\*\*

د. جامد عباس

2018/1/18